Introduction au calcul de trafic

1. Considérations historiques
2. Liaison téléphonique
3. Structure d'un réseau de télécommunications
4. Commutation
5. Introduction au calcul de trafic
6. Théorie de la sélection

Introduction au calcul de trafic (1)

- Préambule (1)
  - Mesure de la proportion du temps où une ligne est occupée [intensité moyenne de son trafic]
  - Unité d 'intensité de trafic : l'**Erlang** (quantité sans dimension)
  - Volume de trafic : homogène à un temps

Introduction au calcul de trafic (2)

- Préambule (2)
  - Les Etats-Unis utilisent de préférence une autre unité : la CCS (Cent Call Second)
  - $1\,\text{CCS} = \frac{100}{3600} = \frac{1}{36}\,\text{Erlang, c'est à dire } 1\,\text{Erlang} = 36\,\text{CCS}$
  - Dans le cas d 'une seule machine, son trafic (exprimé en Erlang) est aussi sa probabilité d 'occupation.

Introduction au calcul de trafic (3)

- Préambule (3)
  - Intensité de trafic : caractéristique nécessaire mais pas suffisante (fréquence, durée, …)
  - Activité représentée par un processus aléatoire
    - loi d 'arrivée : début des communications
    - loi de service : durée des communications

Introduction au calcul de trafic (4)

- Définition (1)
  - Approche spatiale (a)
    - N faisceaux identiques de C circuits
    - $V_1(t), V_2(t), .., V_N(t)$ variables aléatoires
    - Etat spatial moyen d 'un système au temps t

$$\overline{v}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i(t)$$

Introduction au calcul de trafic (5)

- Définition (2)
  - Approche spatiale (b)
    - Proportion des faisceaux se trouvant dans l 'état « v » $p(v,t)$
    - Etat moyen d 'un faisceau

$$\text{Esp } V(t) = \overline{v}(t) = \sum_{v=1}^{C} v.p(v,t)$$

Introduction au calcul de trafic (6)

- Définition (3)
  - Approche temporelle
    - Un seul faisceau comprenant C circuits
    - Valeur moyenne de son état dans [0,t]

$$\overline{v}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt$$

Introduction au calcul de trafic (7)

- Définition (4)
  - En résumé,
    - Collection, à un instant donné, des états d 'un grand nombre N de faisceaux identiques
    - Collection des états mesurés sur une longue période sur un faisceau unique.
  - Limite commune lorsque N et T tendent vers l 'infini

Introduction au calcul de trafic (8)

- Trafic d 'un groupe de machines (1)
  - Moyenne du temps total d 'occupation des machines ramené à la période d 'observation

$$A = \frac{1}{T} \sum_{\mathrm{Mi}} t_{\mathrm{Mi}}$$

  - Le trafic généré par N machines ne peut être supérieur à N Erlangs

Introduction au calcul de trafic (9)

- Trafic d 'un groupe de machines (2)
  - Dans le cas des trafics ergodiques, la moyenne du nombre de machines simultanément occupées est égale au trafic du groupe de machines

$$A = L \times a$$

Introduction au calcul de trafic (10)

- Trafic d 'un groupe de machines (3)
  - Moyenne du temps total d 'occupation des machines ramené à la période d 'observation

$$A = \frac{n\,\tau}{T}$$

n : nb total de prises de machines observées en moyenne pendant T

τ : temps moyen de prise de machine

T : Période d'observation

  - Le trafic généré par N machines ne peut être supérieur à N Erlangs

Introduction au calcul de trafic (11)

- Exemple simple de calcul de trafic
  - 10 000 abonnés raccordés à un commutateur. Chaque abonné a un trafic de 0,1 Erlangs. Les appels durent 3 minutes.
  - ⇨ Quel est le nombre d'appels écoulé par heure par ce commutateur ?

Introduction au calcul de trafic (12)

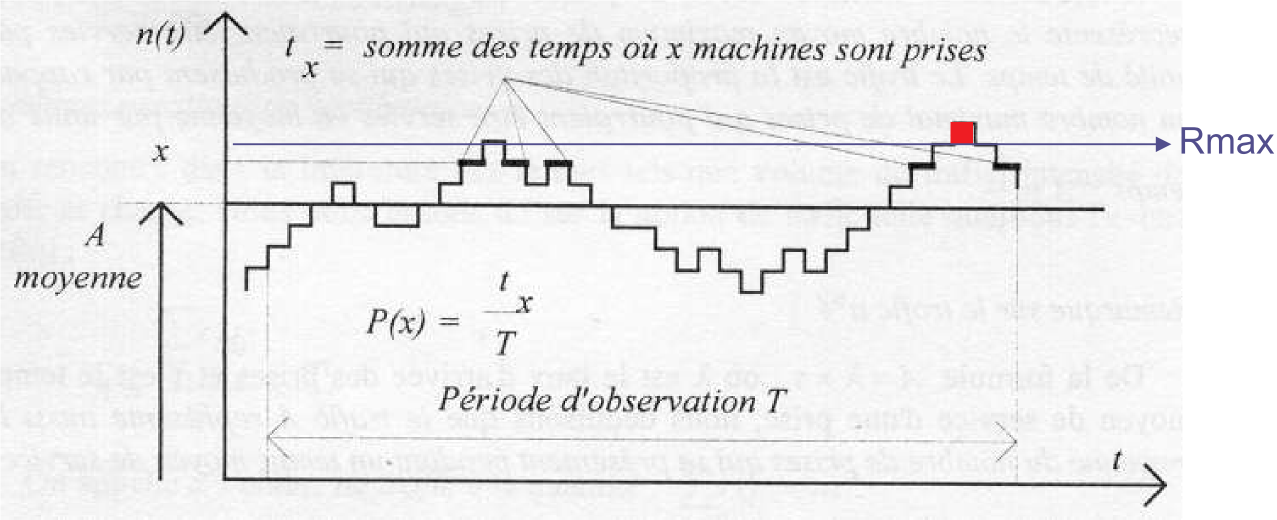
- Quelques définitions (1)
  - Volume de trafic : $\sum_{Mi} t_{Mi} = n\tau$
  - Intensité de trafic : $\dfrac{n\tau}{T}$ (= A)
  - Taux de prises : $\dfrac{n}{T}$ noté λ d'où A = λ×τ
    - τ représentant la durée moyenne de prise d'une machine (ou temps moyen de service)

Introduction au calcul de trafic (13)

- Quelques définitions (2)
  - Taux maximal de service : μ
    - on a donc $\tau = \dfrac{1}{\mu}$
  - Autre définition du trafic : $A = \dfrac{\lambda}{\mu}$
    - Proportion des prises qui se produisent par unité de temps rapportées au nombre maximal de prises qui pourraient être servies.

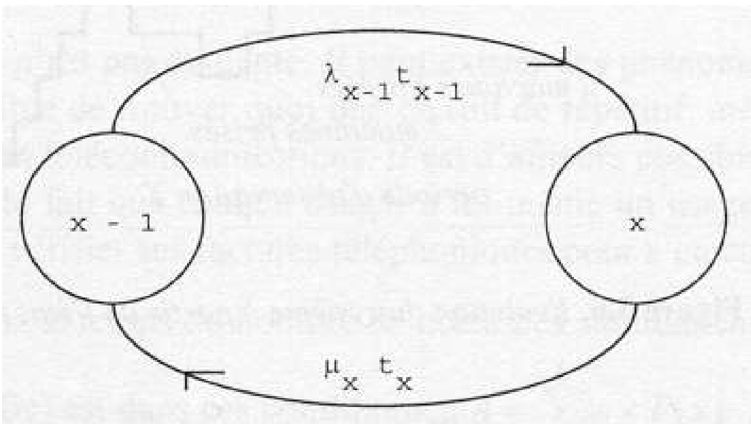
Introduction au calcul de trafic (14)

- Équation d'équilibre (1)



Introduction au calcul de trafic (15)

- Équation d'équilibre (2)



$$\lambda_{x-1} \times P(x\text{-}1) = \mu_x \times P(x) \quad \text{avec } P(x) = \frac{t_x}{T}$$

Introduction au calcul de trafic (16)

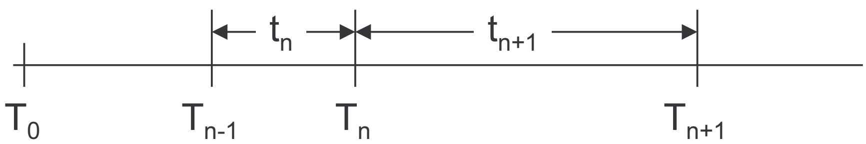
- **Loi de Poisson** : trafic d'un grand nombre de clients
  - Nombre d'usagers libres très supérieur au nombre d'usagers occupés
  - Taux de prise de lignes est très petit

$$P(x) = \frac{A^{x}}{x!}\, e^{-A}$$

- **Loi de Bernouilli** : trafic d'un petit nombre de clients

Introduction au calcul de trafic (17)

- Processus des arrivées (1)
  - Instants d'apparition des appels



  - Processus stochastique (« aléatoire ») (T_n), $n \geq 0$

$$A(t) = \mathrm{P}\left\{ t_n = T_n - T_{n-1} \leq t \right\}$$

Introduction au calcul de trafic (18)

- Processus des arrivées (2)
  - **Processus de Poisson** : exemple de processus de renouvellement, moyennant deux hypothèses :
    - La probabilité d'apparition d'un nouvel appel pendant un intervalle de temps $(t, t+\Delta t)$ ne dépend pas de ce qui précède.
    - La probabilité d'apparition d'un nouveau client pendant Δt est proportionnelle à Δt.

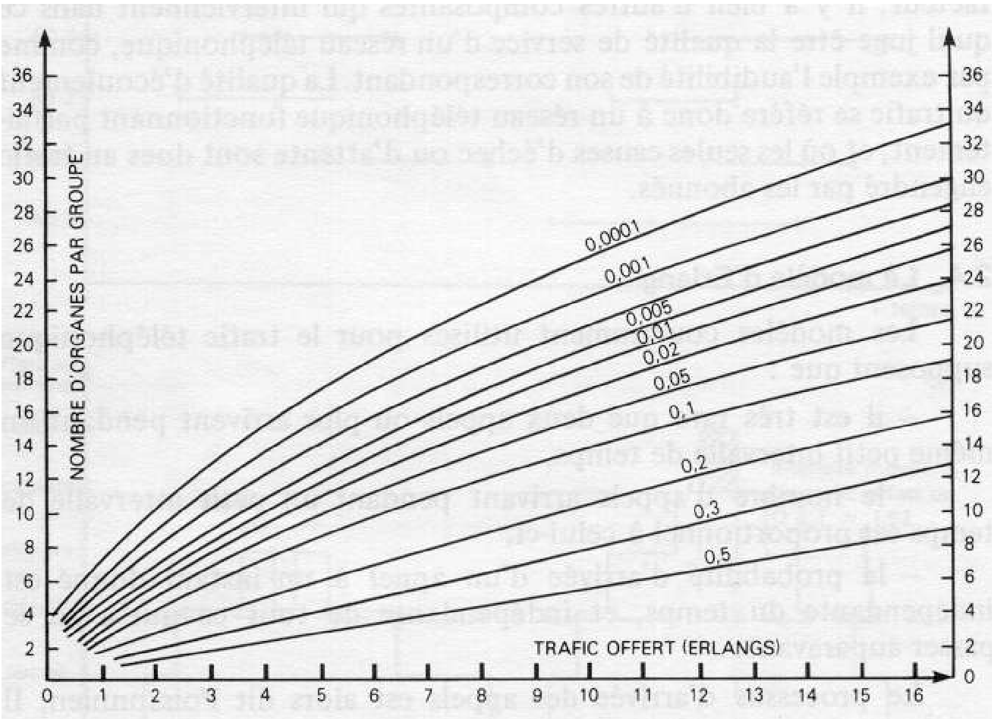
Introduction au calcul de trafic (19)

- Processus des services
  - **Loi exponentielle** (cas général)
    - $F(x) = 1 - e^{-\mu x}$
    - Absence de mémoire
  - **Loi log-normale** : durée des conversations téléphoniques

Introduction au calcul de trafic (20)

- Première loi d'Erlang (« Erlang B »)
  - Nombre fini de serveurs N
  - Loi très ressemblante à la loi de Poisson : $E_{1,N}(x) = \dfrac{\dfrac{A^x}{x!}}{\displaystyle\sum_{j=0}^{N} \dfrac{A^j}{x!}}$
  - Constante de normalisation !
  - Probabilité de blocage ≡ probabilité de perte des appels

Introduction au calcul de trafic (21)



Introduction au calcul de trafic (22)

- Exemple de dimensionnement de faisceaux
  - Supposons un trafic de 10 Erlangs entre deux commutateurs (cas d'école !!!), quel est le nombre N de circuits à installer pour que la probabilité de perte d'appels soit inférieure à $\varepsilon = 10^{-3}$

Introduction au calcul de trafic (23)

- Deuxième loi d'Erlang (« Erlang C »)
  - Nombre fini de serveurs N
  - Modèle à attente (préselection …)

$$E_2(N) = \frac{\left(\frac{N}{N-A}\right)\frac{A^N}{N!}}{\left(1 + A + \frac{A^2}{2!} + \ldots + \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}\right) + \left(\frac{N}{N-A}\right)\frac{A^N}{N!}}$$

Introduction au calcul de trafic (24)

- Probabilités remarquables
  - Probabilité d'attente : W = $E_{2,N}(A)$
  - Probabilité d'occupation des N machines sans appel en attente : $$P(N) = \left(1 - \frac{A}{N}\right) E_{2,N}(A)$$
  - Probabilité d'occupation des N machines et d'avoir j appels en attente $$P(N) = \left(\frac{A}{N}\right)^{j} \left(1 - \frac{A}{N}\right) E_{2,N}(A)$$

Introduction au calcul de trafic (25)

- Dimensionnement d'un faisceau simple
  - Utilisation de la loi d'Erlang B : $\frac{A}{N} \simeq \frac{A}{A+k\sqrt{A}} \simeq 1 - \frac{k}{\sqrt{A}}$
  - Rendement faible pour une probabilité de perte acceptable.
  - Utilisation de faisceaux de débordements pour limiter le nombre de jonctions tout en absorbant les pointes de trafic.
  - Le trafic est dit « régulier »

Introduction au calcul de trafic (26)

- Dimensionnement d'un faisceau de débordement
  - « trafic de débordement »
  - Variance supérieure à la moyenne : le trafic de débordement n'est pas poissonnien.
  - Utilisation de méthodes approchées : « faisceau équivalent de Wilkinson ».

Introduction au calcul de trafic (27)

- Routages statiques
  - Routage hiérarchique fixe (FHR)
  - Routage non hiérarchique
    - Principe : la qualité des transmissions numérique abolit les distances et il n'y a plus de raison de se limiter à un acheminement de débordement.
    - Exemple : le DNHR (Dynamic Non Hierarchical Routing)

Introduction au calcul de trafic (28)

- Routage adaptatif (1)
  - Principe : réponse en temps réel aux surcharges constatées sur le réseau.
  - LBR, DCR, DAR, partage de charge

Introduction au calcul de trafic (29)

- Routage adaptatif (2)
  - LBR (Least Busy Routing) : Déployé aux États-Unis
    - Principe : analyse de l'encombrement de chacune ds routes sortantes. L'appel est acheminé vers le commutateur C s'il :
      - ✓ Possède une liaison vers la destination de l'appel
      - ✓ A le plus petit majorant du nombre d'appels instantané sur les faisceaux entrants et sortants.

Introduction au calcul de trafic (30)

- Routage adaptatif (3)
  - DCR (Dynamic Call Routing) : Déployé au Canada
    - Principe : Ordinateur de supervision scrute le nombre de jonctions prises dans tous les faisceaux sortants de tous les commutateurs
    - Modification de la traduction en fonction du trafic observé.

Introduction au calcul de trafic (31)

- Routage adaptatif (3)
  - DAR (Dynamic alternate Routing) : Utilisé en Angleterre
    - Principe : Élection d'un commutateur de transit (lors de l'appel) parmi une liste prédéfinie
    - En cas d'échec de l'appel, il y a suppression temporaire du commutateur de transit incriminé.

Introduction au calcul de trafic (32)

- Routage adaptatif (4)
  - Partage de charge : Utilisé en France
    - Principe : Pas de liaisons transversales ; tout appel (hors de la zone locale) passe nécessairement par un commutateur de transit.
    - Trafic affaire ≠ trafic résidentiel